等加速度運動

1. $v = v_0 + at$
2. $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
3. $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

運動方程式

$$ma = F$$

摩擦力
- 静止摩擦力
- 最大静止摩擦力
- 動摩擦力

$$\mu = \frac{f_{MAX}}{N}$$

$$\mu' = \frac{f'}{N}$$

運動エネルギー

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

運動量

$$p = mv$$

位置エネルギー

$$U = mgh$$

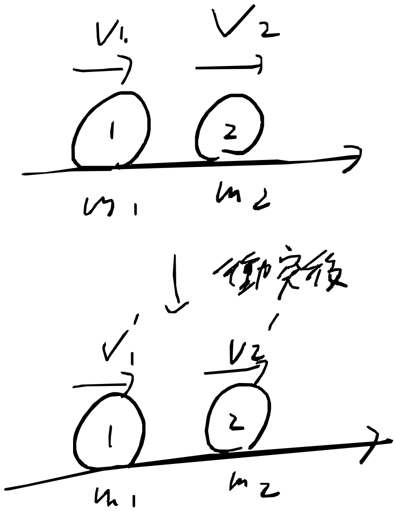
この2つを足すと、力学的エネルギー

$$\underbrace{\frac{1}{2} m v_0^2}_{\text{初めの運動エネルギー}} + \underbrace{mgh_0}_{\text{初めの位置エネルギー}} + \underbrace{W}_{\text{仕事量}} = \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{\text{後の運動エネルギー}} + \underbrace{mg}_{\text{後の位置エネルギー}}$$

仕事Wが0のとき、力学的エネルギー保存則が使える

↳ 非保存力の仕事が0のとき

↳ 摩擦力など



$$m_1v_1 + (-I) = m_1v_1'$$

としておく、

Iは衝突で物質1に生じる力積

同様に、

$$m_2v_2 + I = m_2v_2'$$

なので

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

→ 運動量保存則

内力のみが及ぼし合うなら成立する

はね返りの相対速度

$$e = \frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$$

← 離れる速度

← 近づく速度

$e = 1$ → 弾性衝突

$0 < e < 1$ → 非弾性衝突

$e = 0$ → 完全非弾性衝突

角速度 w (rad/s)
単位時間(1s)あたりの
角度変化
→ 大きいとすばやく回転

周期 T (s)
1回転するのにかかる時間

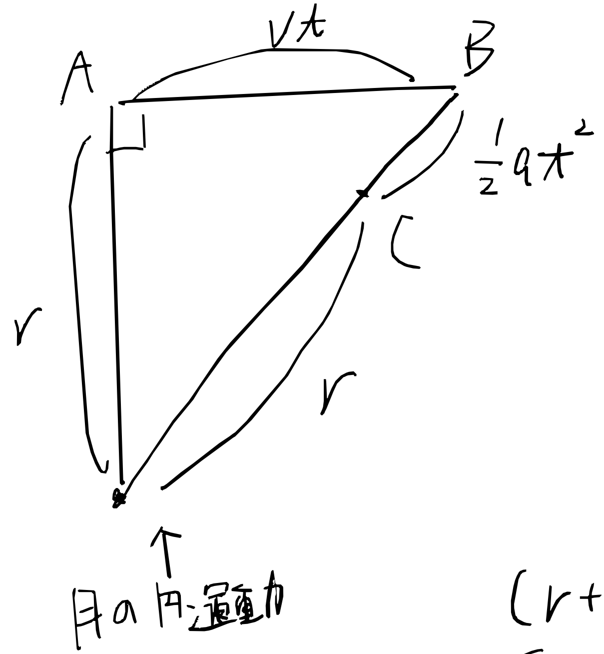
振動数 f (Hz)
1秒で回ることができる回転数、 $T = \frac{1}{f}$ がつねに成立する

$T = \frac{2\pi}{w}$ (Tとwの定義から)

速さ V、円周の長さ $2\pi r$ から
$T = \frac{2\pi r}{V}$
→ $V = rw$ が速さと角速度の関係性

円運動の力とは? → 中心に向く力、向心力がある
また中心力。速度がある

円に力(向心力)がなければ?
→ 等速直線運動をするので、地球のまわりを回らないはず
万有引力



等速運動するとき vt 進む

$v = at$

$0 \to at$ に加速するから

$$v_{AVG} = \frac{0+at}{2} = \frac{at}{2}$$

距離 $x = v_{AVG} \cdot t$ だから

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

$$\left(r + \frac{1}{2}at^2\right)^2 = r^2 + (vt)^2$$

$$\cancel{r^2} + rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 = \cancel{r^2} + (vt)^2$$

$t^4 = 0$ と近似

$$ra\cancel{t^2} = v^2\cancel{t^2}$$

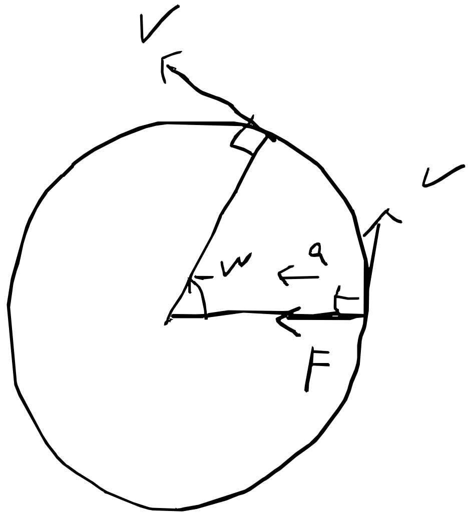
$$a = \frac{v^2}{r}$$

$v = r\omega$ より

$$a = r\omega^2$$

速さ v や 角速度 ω がわかれば

加速度 a がわかる



$a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ なので

$ma = F$ から

$m \cdot \frac{v^2}{r} = F$ もしくは

$m \cdot r\omega^2 = F$

← 運動方程式

左辺の力は慣性力

→ なので回る物体に乗る人は

遠心力(慣性力)を感じない

$= 0$

単純な振り子は単振動

= 等速円運動を同一平面内にある

直線上に正射影した往復運動

変位、速度、加速度それぞれが正射影されてる

万有引力 $F = G\frac{Mm}{R^2}$

Rは距離、Mとmは2つの物体

Gは定数で 6.67×10^{-11} と非常に小さい

$G\frac{M}{R^2}$ は定数とみなしてもよいのでgとして

$F = mg$

第1宇宙速度：ボールを投げて地球を1周して戻ってくる速度

$$m\frac{v_1^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2} \longleftrightarrow v_1^2 = \frac{GM}{R}$$

向心運動方程式

$g = \frac{GM}{R^2}$ より $GM = gR^2$ なので

$$v_1^2 = \frac{gR^2}{R} = gR$$

$$\therefore \quad v_1 = \sqrt{gR}$$

gはおおよそ $9.8\,\mathrm{m/s^2}$, Rは $6.4\times10^6\,\mathrm{m}$ なので

$v_1 = 7.9\times10^3\,\mathrm{m/s}$ となる

(時速2万8千キロ)

第2宇宙速度：真上にボールを投げて地球から抜け出す速度

$$\underline{\frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{Mm}{R}} = \frac{1}{2}m\cdot 0^2 - \underbrace{G\frac{Mm}{\infty}}_{=0}$$

力学的エネルギー保存則より

$$v_2^2 = \frac{2GM}{R} = \frac{2gR^2}{R} = 2gR \quad \therefore \quad v_2 = \sqrt{2gR}$$

スペースシャトルなどにつながる

光速 $c = 3.0 \times 10^8$ m/s より速い第2宇宙速度が存在すると
二度と脱出できない

$\sqrt{2gR} \geqq C$ $gR = \frac{GM}{R}$ なので

$\sqrt{\frac{2GM}{R}} \geqq C$ ∴ $R \leqq \frac{2GM}{C^2}$ ← シュヴァルツシルト半径

質量Mの星の半径が $\frac{2GM}{C^2}$ になると、星から脱出できない

$M = 5 \times 10^{24}$ つまり地球とすると R_s = 8mm

ブラックホール

ケプラーの3法則

第3法則を導出 $\underbrace{mR\omega^2}_{向心力} = \underbrace{G\frac{Mm}{R^2}}_{万有引力}$

$\omega^2 = G\frac{M}{R^3}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ だから

$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = G\frac{M}{R^3}$

$\frac{4\pi^2}{T^2} = G\frac{M}{R^3}$

$\frac{4\pi^2}{GM} = \frac{T^2}{R^3}$

→ 惑星の公転周期Tと楕円軌道の長半径R

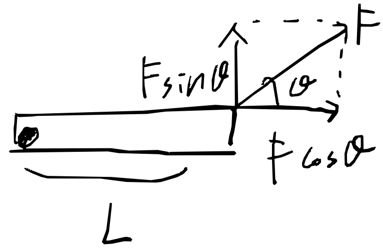
には $\frac{T^2}{R^2}$ = 一定の関係が

成り立つ

力によって物体を回転させる作用＝力のモーメント

加わるとき、

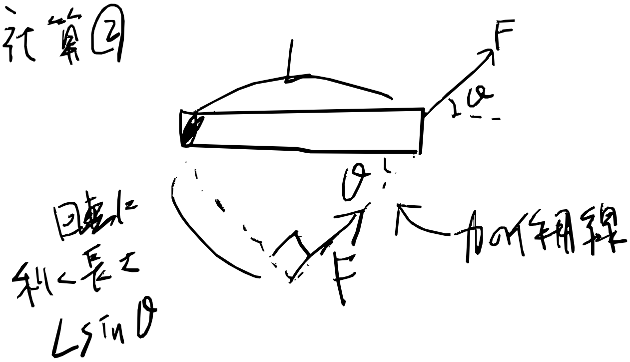
計算①



力のモーメントNは

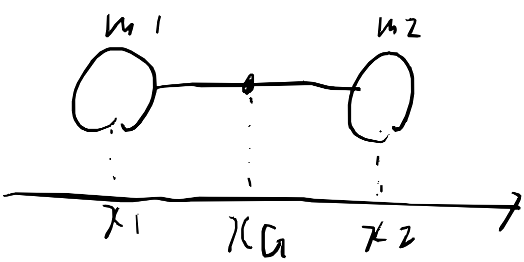
$$N = F\sin\theta \times L$$
$$= FL\sin\theta$$

計算②



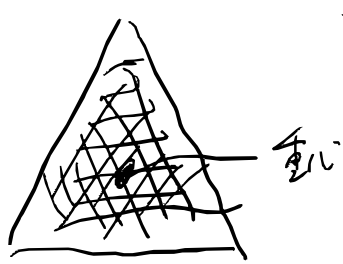
$$N = F \times L\sin\theta$$
$$= FL\sin\theta$$

静止してる剛体にはたらく3つの力の作用点は1点で交わる



重心 x_G

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



3角形の場合は、
角辺を底辺として
線を引いて
交わるところ

熱力学 → 10^{23}個の原子・分子の運動方程式を記述できない

しかし確率的な話はできる

ニュートン力学と確率統計論を使う

摂氏のかわりに絶対温度Tを使う

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T$$

運動エネルギー — $\overline{v_2}$ は平均の意味

→ 温度とは運動エネルギーのこと

k_Bはボルツマン定数

温かいと運動エネルギーは大きい。冷たいと小さい

熱が移る様子は運動エネルギーが移っていくにすぎない

居古

豊臣徳泰教

比熱 c (J/g·K)　ある物質1gの温度を1K上昇させるのに必要な熱量

水は温まりにくく冷めにくい (=比熱が高い)

熱容量 C (J/K)　ある物体の温度を1K上昇させるのに必要な熱量

混合物

理想気体 : 分子同士が完全に自由かつ分子の大きさを無視した気体

体積 V (m^3)

圧力 P (Pa)　$P=\frac{F}{S} \Leftrightarrow F=PS$ が成り立つ

面積

絶対温度 T (K)

分子の個数 n (mol)　アボガドロ定数を使う
(物質量)　$=6.02\times10^{23}$

mol数nが一定の気体の場合　$PV=nRT$ が成り立つ

気体定数

状態方程式

内部エネルギー：構成分子が持っている運動エネルギーの合計

温度Tから求められる

$$\underbrace{Q_{in}}_{\text{熱量}} = \underbrace{\Delta U}_{\text{内部エネルギー}} + \underbrace{W_{out}}_{\text{仕事}}$$

波とは、媒質の振動が空間を伝播していく現象

波動現象 < 力学的波動
電磁波(光)

原子物理学＝前期量子論

19世紀後半に古典物理学では説明できない現象がミクロな世界で観測されはじめる

ヤングの実験 → それまで：光は粒である

光は波である，重ね合わせが生じる

光電効果の発見，金属に特定の光を照射すると金属内から電子が飛び出す

$$\frac{1}{2}mv_{MAX}^2 = \left(\text{光から得たエネルギー}\right) - \left(\text{飛び出るための最低限のエネルギー}\right)$$

→ 仕事関数 W

アインシュタイン 光量子仮説 → 光というのは1粒あたりエネルギー$E=h\nu$の「光子」という粒子的な振る舞いをすることもある

1905年

他にブラウン運動

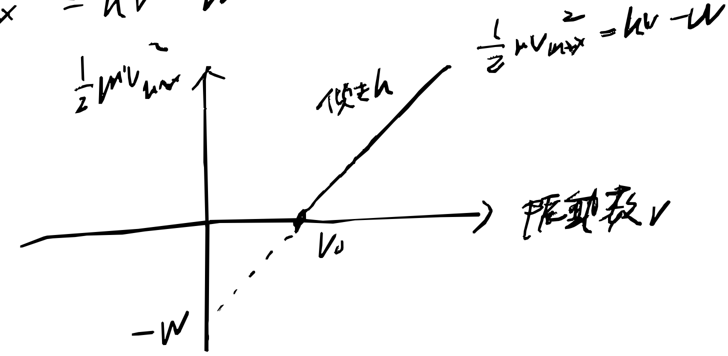
特殊相対性理論

も発表

h＝プランク定数

$=6.63\times10^{-34}$ [J·s]

→ $\frac{1}{2}mv_{MAX}^2 = h\nu - W$ ← 光電方程式



光は波か？粒か？ → アインシュタイン「光は波であり粒である」

波動性
粒子性 } 2重性

← 観測の手段による

原子モデル { ぶどうパンモデル / 土星モデル } → ラザフォードモデル

→ 原子核

電子と同様は回りながらエネルギー(電磁波)を放出するので、どんどんエネルギーがなくなり瞬時に中心の原子核に取り込まれるはず?

ボーアの仮説

1. 電子は特定のとびとびの軌道にしか存在しない(その軌道上にあるときを定常状態という)

2. 電子が定常状態にいるときは電磁波(エネルギー)を放出しない

$E=mc^2$

質量とエネルギーは等価

^4_2He 原子核を中性子2個、陽子2個に分解すると後者の方が重い

→ 質量保存の法則が成り立たない

→ 分解に際して強い力が加わり、そのエネルギーが後の核子に付与

↳ 結合エネルギー

最も強いのが鉄

鉄より質量数の大きいものを分裂させられれば大きいエネルギーを取り出せる

→ 核分裂

逆に鉄より質量数の非常に小さい原子をぶつけてより質量数の大きい原子にすることでエネルギーを得られる

→ 核融合